АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»
(АНОО ВО «УНИВЕРСИТЕТ «СИРИУС»)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0EE1DD57C56F53844743BD8E019F41EF
Владелец: Некрасова Людмила Андреевна
Действителен: с 08.07.2026 до 08.07.2027

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Специальная дисциплина по научной специальности
1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Шифр и наименование области науки:	1. Естественные науки
Шифр и наименование группы научных специальностей:	1.1. Математика и механика
Шифр и наименование научной специальности:	1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
Форма обучения:	Очная
Срок освоения образовательной программы:	4 года
Год начала освоения образовательной программы:	2026
Структурное подразделение, ответственное за реализацию образовательной программы:	Научный центр информационных технологий и искусственного интеллекта

АННОТАЦИЯ
к рабочей программе дисциплины (модулю)

Специальная дисциплина по научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика, трудоемкость 5 з.е.

1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является углубление фундаментальных знаний обучающихся, а также их практическая подготовка в области дискретной математики и алгебры.

Краткое содержание (тематика):

Углубленное изучение основных разделов логики: теории множеств, теории алгебраических систем и их классов, разрешимости теорий; алгебры: теории групп, колец, полей; теории чисел: теории вычетов, простых чисел.

1.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

1.2.1. Сдан кандидатский экзамен по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

1.2.2. Расширение и углубление личностных компетенций, а также формирование профессиональных компетенций, необходимых для создания, внедрения и совершенствования технологий, обеспечивающих опережающее научно-технологическое развитие страны:

– применение инновационных инструментов и методов при определении путей решения научных задач;

– способность учитывать изменения ситуации при корректировке научно-исследовательских задач и средств их достижения;

– осуществление поиска, обработки, систематизации цифровой информации, управление данными, информацией и цифровым контентом;

– применение в профессиональной деятельности современных научных концепций, методов дискретной математики и алгебры;

– самостоятельное формулирование новых задач исследования и конкурентоспособных идей в области дискретной математики и алгебры;

– знание и использование технических и инженерных решений основных задач исследовательской деятельности в области своих научных интересов.

1. Общая характеристика дисциплины

1.1. Цель дисциплины: углубление фундаментальных знаний обучающихся, а также их практическая подготовка в области дискретной математики и алгебры.

1.2. Задачи дисциплины:

Углубленное изучение основных разделов логики: теории множеств, теории алгебраических систем и их классов, разрешимости теорий; алгебры: теории групп, колец, полей; теории чисел: теории вычетов, простых чисел.

1.3. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры:

Дисциплина входит в образовательный компонент программы аспирантуры по научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Дисциплина является обязательной.

Дисциплина проводится в семестрах, установленных учебным планом и (или) индивидуальным учебным планом аспиранта.

1.4. Общая трудоемкость дисциплины: 5 з.е.

1.5. Планируемые результаты обучения по дисциплине:

1.5.1. Сдан кандидатский экзамен по специальной дисциплине по научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

1.5.2. Расширение и углубление личностных компетенций, а также формирование профессиональных компетенций, необходимых для создания, внедрения и совершенствования технологий, обеспечивающих опережающее научно-технологическое развитие страны:

- применение инновационных инструментов и методов при определении путей решения научных задач;
- способность учитывать изменения ситуации при корректировке научно-исследовательских задач и средств их достижения;
- осуществление поиска, обработки, систематизации цифровой информации, управление данными, информацией и цифровым контентом;
- применение в профессиональной деятельности современных научных концепций, методов дискретной математики и алгебры;
- самостоятельное формулирование новых задач исследования и конкурентоспособных идей в области дискретной математики и алгебры;
- знание и использование технических и инженерных решений основных задач исследовательской деятельности в области своих научных интересов.

2. Структура и содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины и виды учебной деятельности:

Виды учебной деятельности	Всего
Контактная работа обучающихся с преподавателем, ак. ч.	72
Самостоятельная работа обучающихся, ак. ч.	108
Промежуточная аттестация, ак. ч.	4
Общая трудоемкость, ак. ч.	180
Общая трудоемкость, з.е.	5

2.2. Содержание разделов (тем) дисциплины:

Наименования разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплины
Раздел 1. Математическая логика и теория алгоритмов	1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча. 2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы.

	3. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства. 4. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи «ВЫПОЛНИМОСТЬ». 5. Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. 6. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость. 7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме. 8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции. 9. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности. 10. Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Теорема о полноте теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности. 11. Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка. 12. Формальная артифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной артифметике (без доказательства). 13. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. 14. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов. 15. Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.
Раздел 2. Алгебра	1. Простота группы An , n ? 5 и SO3. 2. Теоремы Силова. 3. Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов. 4. Свободные группы и определяющие соотношения. 5. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности. 6. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа. 7. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы. 8. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса. 9. Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Теорема Биркгофа-Витта. 10. Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности. 11. Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа. 12. Решетки. Дедекиндовы решетки. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.
Раздел 3. Теория чисел	1. Квадратичный закон взаимности. 2. Первообразные корни и индексы. 3. Неравенства Чебышева для функции ?(x). 4. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел. 5. Характеры и L-функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии. 6. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений. 7. Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена. 8. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм. 9. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.

	10. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел. 11. Трансцендентность чисел е и пи.
Раздел 4. Дискретная математика	1. Основные понятия теории множеств. 2. Отношения. 3. Элементы комбинаторики. 4. Алгебра высказываний. 5. Логика предикатов. 6. Основы теории графов. 7. Основные понятия теории алгоритмов.

3. Текущий контроль и промежуточная аттестация по дисциплине. Оценочные материалы

3.1. Текущий контроль успеваемости по дисциплине проводится в течение семестра в следующих формах:

Наименования разделов (тем) дисциплины	Форма текущего контроля	Оценочные материалы
Кинематика и динамика	Устный опрос	Перечень вопросов для устного опроса
Колебания и устойчивость движения		
Теория упругости		
Теория пластин и оболочек		
Теория пластичности, ползучести и вязкоупругости		
Конструкционная прочность		
Динамика машин		
Статистическая динамика и теория надежности машин		
Экспериментальные методы исследования динамики и прочности		

3.2. Оценочные материалы для текущего контроля:

3.2.1. Примерный перечень вопросов для устного опроса:

1. Основные логические операции: конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация.
2. Понятие формулы математической логики.
3. Теорема Лагранжа и ее следствия.
4. Классы эквивалентности элементов группы.
5. Малые теоремы Ферма и Эйлера.
6. Факторизация целых чисел и проблема RSA.
7. Первообразные корни и индексы.
8. Деревья и их свойства.

Критерии оценивания устного опроса:

«Отлично»	«Хорошо»	«Удовлетворительно»	«Неудовлетворительно»
– полно раскрыто содержание вопроса; – материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;	– ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5» (отлично), но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие	– неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные	– не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;

– показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов; – ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов; – допущены одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию преподавателя.	пробелы, не исказившие содержание ответа; – допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; – допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя.	для дальнейшего усвоения материала; – имеются затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя; – при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, аспирант не может применить теорию в новой ситуации.	– допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя; – не сформированы компетенции, умения и навыки.

3.3. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является кандидатский экзамен.

Результатом промежуточной аттестации в форме кандидатского экзамена являются оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Кандидатский экзамен проводится в соответствии с установленным в АНОО ВО «Университет «Сириус» порядком.

3.4. Оценочные материалы для промежуточной аттестации:

3.4.1. Примерный перечень тем для реферата:

1. Теория алгебраических структур (полугрупп, групп, колец, полей, модулей и т. д.).
2. Алгебраическая геометрия.
3. Группы и алгебры Ли.
4. Теория представлений.
5. Гомологическая алгебра и К-теория.
6. Теория категорий и функторов.
7. Теория множеств и нестандартный анализ.
8. Теория графов и комбинаторика.

Критерии оценки реферата:

«Отлично»	«Хорошо»	«Удовлетворительно»	«Неудовлетворительно»
– реферат написан четко и грамотно; – тема реферата хорошо раскрыта; – композиция, аргументация и другие стороны научной публикации, включая грамотное изложение и грамотное оформление, не вызывает возражений, возможны отдельные мелкие недочеты;	– реферат написан четко и грамотно; – тема реферата раскрыта не полностью; – в композиции, аргументации и других сторонах научной публикации, включая грамотное изложение и грамотное оформление, наблюдается ряд недочетов; – приведена российская и зарубежная литература;	– тема реферата раскрыта не полностью; – в композиции, аргументации и других сторонах научной публикации, включая грамотное изложение и грамотное оформление, наблюдаются существенные недочеты, не позволяющие говорить о представлении	– тема реферата не раскрыта; – ответы на дополнительные вопросы по реферату неправильные.

– приведена качественно подобранная российская и зарубежная литература; – ответы на дополнительные вопросы по реферату правильные.	– ответы на дополнительные вопросы по реферату правильные.	релевантных научных результатов; – ответы на дополнительные вопросы по реферату правильные, но неполные.	

3.4.2. Примерный перечень вопросов к кандидатскому экзамену:

1. Группы. Подгруппы. Нормальные подгруппы. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Гомоморфизмы групп. Теоремы о гомоморфизмах групп.

2. Действие группы на множестве. Орбиты. Стабилизаторы. Формула длины орбиты. Теоремы Силова.

3. Тензорное произведение векторных пространств. Тензорное произведение представлений. Тензорная алгебра векторного пространства.

4. Элементы теории представлений конечных групп. Теорема Машке.

5. Теория характеров. Лемма Шура. Соотношение ортогональности для характеров. Разложение регулярного представления.

6. Алгебраические расширения полей. Сепарабельные, нормальные расширения. Теорема о примитивном элементе. Расширения Галуа. Конечные поля.

7. Конечнопорожденные расширения полей. Степень трансцендентности. Сепарабельные расширения.

Критерии оценки ответов на вопросы кандидатского экзамена:

«Отлично»	«Хорошо»	«Удовлетворительно»	«Неудовлетворительно»
– Демонстрирует глубокое знание основного учебно-программного материала в соответствии с прослушанным лекционным курсом, основной и дополнительной литературой, в полном объеме, необходимом для предстоящей работы по специальности; – демонстрирует глубокое, всестороннее знание и понимание сущности рассматриваемых терминов, понятий, закономерностей и пр.; – свободно владеет научным стилем речи; ответ характеризует точное, связное, последовательное, логичное, обоснованное и аргументированное изложение материала; – умеет формулировать обоснованные выводы.	– Демонстрирует твердое знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для предстоящей работы по специальности; – демонстрирует хорошее знание рассматриваемых терминов, понятий, закономерностей и пр.; – владеет научным стилем; ответ характеризует точное, связное, последовательное, логичное изложение материала; – умеет формулировать выводы.	– Демонстрирует знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для предстоящей работы по специальности; – демонстрирует нечеткое представление о сущности рассматриваемых терминов, понятий, закономерностей и пр.; – слабо владеет научным стилем; ответ характеризует неточное изложение программного материала, – испытывает трудности с формулированием выводов.	– Демонстрирует значительные пробелы в знаниях основного учебного материала; – демонстрирует непонимание сущности рассматриваемых терминов, понятий, закономерностей и пр.; – не владеет научным стилем речи; – не умеет формулировать выводы.

4. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

4.1. Перечень основной и дополнительной литературы:

1. Алексеев В.Б. Дискретная математика. М.: Инфра, 2021.
2. Боревич З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел. М., Наука, 1985.
3. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
4. Винберг Э.Б. М., Курс алгебры. М., Факториал Пресс, 2001.
5. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М., Наука, 1981.
6. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М., Мир, 1964.
7. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. Наука, 1980.
8. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. Изд. 2. М.: Наука, 1987.
9. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М., Наука, 1983.
10. Коробков Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М., Наука, 1989.
11. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
12. Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
13. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970
14. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.
15. Марченков С.С. Избранные главы дискретной математики. М.: МАКС Пресс, 2016.
16. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Изд. 3. М.: Наука, 1984.
17. П.С.Новиков. Элементы математической логики. Изд. 2. М.: Наука, 1973.
18. Серр Ж.П., Курс арифметики. М., Мир, 1972.
19. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
20. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М., Мир, 1974.
21. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.

5. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

5.1. Материально-техническое обеспечение:

Вид аудитории	Технические средства и оборудование
Учебная аудитория для проведения лекционных занятий	– Рабочее место преподавателя; – Компьютер / ноутбук; – Проектор; – Маркерная доска / флипчарт; маркеры; – Рабочие места для обучающихся; – Платформа для видеозвонков с полным доступом, позволяющая одновременное подключение не менее 40 человек, с доступными функциями демонстрации экрана, записи видеозвонка, разбиения участников по «комнатам»
Учебная аудитория для проведения практических занятий	– Рабочее место преподавателя; – Компьютер / ноутбук; – Проектор; – Маркерная доска / флипчарт; маркеры; – Рабочие места для обучающихся; – Платформа для видеозвонков с полным доступом, позволяющая одновременное подключение не менее 40 человек, с доступными функциями демонстрации экрана, записи видеозвонка, разбиения участников по «комнатам»

5.2. Учебно-наглядные пособия:

– Презентации лекций, электронные материалы и ресурсы сети «Интернет».

5.3. Информационные технологии, используемые в образовательном процессе

– Пакет программ Microsoft Office; Acrobat Reader.